



Ημερομηνία : Τρίτη 12 Ιουνίου 2012

Εξεταζόμενο Μάθημα : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑΤΑ

1^ο. Α. Αποδείξτε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$ (M9)

Β. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε με το είδος της μονοτονίας των συναρτήσεων $\eta\mu x$ και $\sigma\upsilon\nu x$. (M6)

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\eta\mu x$					
$\sigma\upsilon\nu x$					

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη. (M 2 x 5 = 10)

Γ1. Οι συναρτήσεις $f(x) = \eta\mu x$, $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$, $h(x) = \epsilon\phi x$ έχουν πεδίο ορισμού το \mathbb{R}

Γ2. Αν $0 < x < y$ τότε $\log x < \log y$

Γ3. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων, ισούται με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων

Γ4. Για οποιουδήποτε θετικούς αριθμούς x_1, x_2 ισχύει $\log\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \frac{\log x_1}{\log x_2}$

Γ5. Αν $0 < a \neq 1$, τότε η λογαριθμική συνάρτηση $g(x) = \log_a x$ έχει πεδίο ορισμού το $(0, +\infty)$ και σύνολο τιμών το \mathbb{R} .

2^ο.

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -5 \cdot \eta\mu(2x)$

A1) Βρείτε την μέγιστη, ελάχιστη τιμή της f (M4)

A2) Βρείτε την περίοδο της f (M4)

B. Να λυθούν οι εξισώσεις :

$$\text{B1)} \quad \sin x \cdot \left(\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0 \quad (\text{M7})$$

$$\text{B2)} \quad \eta\mu^3 x - \eta\mu x = 2\sigma\upsilon\nu^2 x \quad (\text{M10})$$

3^ο. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + k$ ($a \neq 0$). Είναι γνωστό ότι ισχύει $P(x) = P(-x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

A) Αποδείξτε ότι $b = d = 0$ (M6)

B) Υποθέτουμε τώρα ότι το άθροισμα των συντελεστών του $P(x)$ είναι μηδέν. Τότε :

B1) Να εκφράσετε το k συναρτήσει των a, c . (M2)

B2) Αποδείξτε ότι το $P(x)$ έχει παράγοντες τα πολυώνυμα $x - 1, x + 1$. (M5)

B3) Βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 1)$ (M6)

B4) Αν ισχύει $c = -3a$, βρείτε όλες τις ρίζες του $P(x)$ (M6)

4^ο.

A. Να λυθεί η ανίσωση $\left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x} \leq 4$ (M5)

B. Να λυθεί η εξίσωση $\log(\ln x) = 1$ (M5)

Γ1. Αποδείξτε ότι : $\log 2 + \frac{\log 2}{\log 5} = -\left(\log 5 - \frac{1}{\log 5}\right)$ (M5)

Γ2. Να λυθεί η εξίσωση $\log(2x) + \frac{\log 2}{\log 5} = 10$ (M10)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΡΑΧΜΑΝΗΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ

ΣΚΟΤΙΔΑΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ

ΛΙΤΣΙΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ