

Δυναμική ενέργεια, Δυναμικό και διαφορά Δυναμικού.

Ομοιότητες βαρυτικών και ηλεκτροστατικών δυνάμεων

A) Είναι δυνάμεις κεντρικές

B) Ακολουθούν το νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ και $F_c = K_c \frac{q_1 q_2}{r^2}$

Γ) είναι δυνάμεις συντηρητικές δηλαδή το έργο τους δεν εξαρτάται από την διαδρομή αλλά από αρχική και τελική θέση

Διαφορές

Οι ηλεκτρικές είναι ελκτικές η απωστικές γιατί υπάρχουν δύο είδη φορτίων (θετικά και αρνητικά) ενώ οι βαρυτικές μόνο ελκτικές

Οι ηλεκτρικές είναι πολύ ισχυρότερες από τις βαρυτικές $\frac{F_c}{F_g} = 10^{39}$

Οι βαρυτικές εμφανίζονται στο μακρόκοσμο ενώ οι ηλεκτρικές στο μικρόκοσμο.

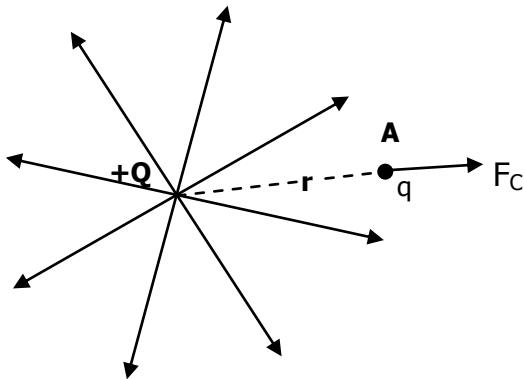
Έστω ένα συντηρητικό πεδίο με σημείο αναφοράς το Ο και δύο θέσεις Α και Γ
Η δυναμική ενέργεια σε μία θέση είναι το έργο της πεδιακής δύναμης για την μεταφορά του υποθέματος από την θέση του στο Ο (άπειρο) $U_A = W_{AO}$,
 $U_\Gamma = W_{\Gamma O}$

Είναι $W_{A\Gamma} = W_{AO} + W_{O\Gamma} \rightarrow W_{A\Gamma} = W_{AO} - W_{\Gamma O} = U_A - U_\Gamma \rightarrow W_{A\Gamma} = -(U_\Gamma - U_A) \rightarrow$

$$\boxed{W_{A\Gamma} = -\Delta U}$$

Άρα το έργο ή η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας μεταξύ δύο θέσεων σε συντηρητικό πεδίο είναι πάντα σταθερή.

Έστω τώρα ακλόνητο φορτίο +Q που δημιουργεί ηλεκτροστατικό πεδίο και μια θέση Α αυτού σε απόσταση r



Αν στη θέση Α υπάρχει θετικό υπόθεμα (φορτίο +q) και αφεθεί ελεύθερο τότε λόγω των απωστικών δυνάμεων θα φτάσει στο άπειρο και το έργο που θα παράξει η πεδιακή δύναμη Coulomb θα είναι θετικό και θα είναι ίσο με την δυναμική ενέργεια που είχε το φορτίο q στην θέση αυτή

$$W_{A \rightarrow \infty} = U_A$$

Το έργο όμως αυτό επειδή η δύναμη δεν είναι σταθερή αλλά συνάρτηση της θέσης για να υπολογισθεί θα χρειαζόταν να κάνουμε την γραφική παράσταση δύναμης-μετατόπισης και να το υπολογίσουμε από το εμβαδόν

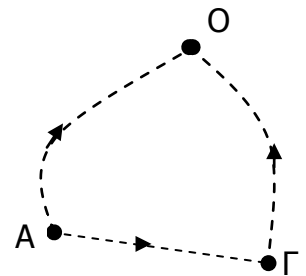
Αυτό γίνεται με ανώτερα μαθηματικά και προκύπτει $W_{A \rightarrow \infty} = U_A = \frac{K_c Q q}{r}$

Επειδή το έργο αυτό είναι σταθερό και το πηλίκό του έργου προς το φορτίο +q που μετακινείται θα

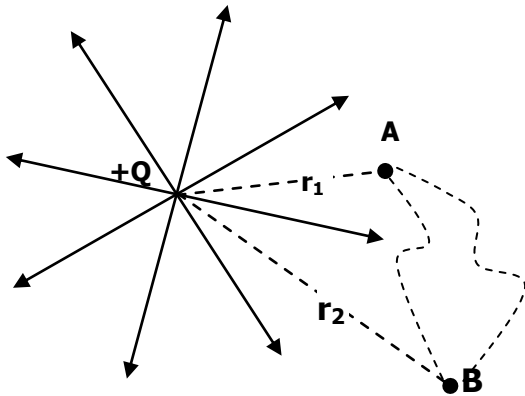
είναι σταθερό. Το σταθερό αυτό πηλίκό το ονομάζουμε δυναμικό στη θέση Α $V_A = \frac{W_{A \rightarrow \infty}}{+q}$ ή

$V_A = \frac{U_A}{+q}$. Η λογιστική σχέση από την οποία θα υπολογίζουμε το δυναμικό σε μια θέση του

ηλεκτροστατικού πεδίου θα είναι $\boxed{V_A = \frac{K_c Q}{r}}$



Το δυναμικό είναι ένα μονόμετρο μέγεθος που μπορεί να περιγράψει το ηλεκτρικό πεδίο και εκφράζει την ενέργεια ανά μονάδα φορτίου για την μετακίνησή του από την θέση αυτή στο άπειρο. Όταν π.χ. λέμε ότι το δυναμικό σε ένα σημείο είναι 20Volt εννοούμε ότι αν μετακινηθεί φορτίο 1Cb από την θέση αυτή στο άπειρο θα εκλυθεί ενέργεια 20Joule.



Όπως και προηγουμένως είπαμε το έργο μεταξύ δυο θέσεων στο συντηρητικό ηλεκτρικό πεδίο είναι σταθερό και ανεξάρτητο του δρόμου $W_{AB} = -\Delta U$

Έτσι και το πηλίκο του έργου διά του υποθέματος που μετακινείται είναι σταθερό. Το σταθερό αυτό πηλίκο το ονομάζουμε διαφορά δυναμικού ή τάση.

$$V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{+q} \quad \text{ή} \quad V_A - V_B = \frac{-\Delta U}{+q} = \frac{U_A - U_B}{+q}$$

Επειδή η δύναμη Coulomb είναι συνάρτηση της μετατόπισης και είναι δύσκολο να υπολογίζουμε το έργο μεταξύ δυο

θέσεων, θα ξεπερνάμε αυτή την δυσκολία χρησιμοποιώντας την σχέση $W_{AB} = q(V_A - V_B)$. Αν η διαφορά δυναμικού είναι 1Volt και το φορτίο που μετακινείται μεταξύ των δύο θέσεων είναι το φορτίο του ηλεκτρονίου τότε το έργο που παράγεται είναι 1eV (ηλεκτρονιοβόλτ). Το eV αποτελεί μονάδα ενέργειας στη ατομική και πυρηνική Φυσική.

$$1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{Cb} \quad 1\text{Volt} \rightarrow \boxed{1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{Joule}}$$

Δυναμικό	Διαφορά Δυναμικού
Ορίζεται για μια θέση του πεδίου	Ορίζεται για δυο θέσεις του πεδίου
Εκφράζει την ανα μονάδα φορτίου ενέργεια για την μεταφορά του φορτίου από την θέση του στο άπειρο (εκτός πεδίου)	Εκφράζει την ανα μονάδα φορτίου ενέργεια για την μεταφορά του φορτίου από την θέση A στην θέση B (εντός του πεδίου)
Δεν είναι αιτία μετακίνησης φορτίων	Είναι αιτία μετακίνησης Φορτίων

Παρατηρήσεις :

- Η δυναμική ενέργεια μεταξύ δυο φορτίων όπως ξέρουμε δίνεται από την σχέση $U = \frac{K_c Qq}{r}$ και αποτελεί ιδιότητα του συστήματός τους. Αν τα φορτία είναι ομόσημα είναι θετική και αυτό σημαίνει ότι από μόνα τους αν τα αφήσουμε ελεύθερα λόγω των απωστικών δυνάμεων θα πάει το ένα ως προς το άλλο στο άπειρο χωρίς εμείς να καταβάλλουμε κάποια προσπάθεια. Αν όμως τα φορτία είναι ετερόσημα τότε η δυναμική τους ενέργεια είναι αρνητική και αυτό σημαίνει ότι δια να διαλυθεί το σύστημα πρέπει εμείς να καταβάλουμε έργο για να μεταφέρουμε το ένα ως προς το άλλο στο άπειρο.
- Στην περίπτωση που το ένα φορτίο (συνήθως η πηγή του πεδίου) είναι ακλόνητο τότε μπορούμε να μιλάμε για την δυναμική ενέργεια του υποθέματος q μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το Q. Κάτι ανάλογο κάνουμε και στο πεδίο βαρύτητας της Γης. Επειδή θεωρούμε την Γη ακίνητη λόγω της μεγάλης της αδράνειας μιλάμε για την δυναμική ενέργεια μιας μάζας μέσα στο πεδίο βαρύτητας της Γης.
- Στο ηλεκτροστατικό πεδίο η δυναμική ενέργεια σε μια θέση θα είναι το γινόμενο του δυναμικού

αυτής της θέσης επί το φορτίο υπόθεμα που βρίσκεται εκεί $\boxed{U_A = V_A \cdot q}$

- Σε πεδίο που δημιουργείται από πολλά φορτία το δυναμικό σε μια θέση θα είναι το αλγεβρικό άθροισμα δυναμικών που δημιουργούν τα φορτία σε αυτή την θέση. Δηλαδή και εδώ θα

$$V_A = V_{A(q_1)} + V_{A(q_2)} + \dots + V_{A(q_n)}$$

εφαρμόζουμε την αρχή της επαλληλίας.

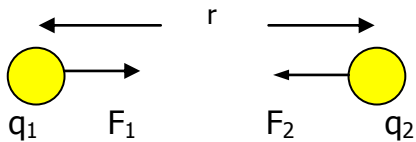
- Το έργο από θέση A σε θέση B του ανομοιογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου θα υπολογίζεται από το γινόμενο του φορτίου υποθέματος που μετακινείται μεταξύ των δύο θέσεων επί την διαφορά δυναμικού αυτών των θέσεων $W_{AB} = q(V_A - V_B)$
- Αν δεν ασκούνται τριβές και αντιστάσεις παρά μόνο οι πεδιακές δυνάμεις οι οποίες είναι συντηρητικές θα ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας. Πράγματι για δύο θέσεις ισχύει $W = -\Delta U$ και $W = \Delta K \rightarrow \Delta K = -\Delta U \rightarrow K_B - K_A = -(U_B - U_A) \rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow E_{MHX(A)} = E_{MHX(B)}$
- Εκτός από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας ή του ΘΜΚΕ θα ισχύει και η αρχή διατήρησης της ορμής αν το σύστημα είναι μονωμένο

Ερωτήσεις – Ασκήσεις

1. Πόσο πρέπει να μεταβληθούν τα φορτία δυο μονωμένων σφαιρών, ώστε η δύναμη μεταξύ τους να παραμένει η ίδια, όταν:

- διπλασιάσουμε την απόσταση μεταξύ τους;
- τριπλασιάσουμε την απόσταση μεταξύ τους;

2. Το διάγραμμα απεικονίζει δυο ηλεκτρικά φορτία q_1, q_2 , τη μεταξύ τους απόσταση r και τις δυνάμεις Κουλόμπ.



- Η δύναμη F_1 ασκείται από το φορτίο q_1 ()
- Η δύναμη F_2 ασκείται από το φορτίο q_2 ()
- Τα μέτρα των δυνάμεων είναι ίσα ()
- Ένα από τα φορτία q_1 και q_2 είναι θετικό ()

3. Σε κάποιο σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου, φέρουμε ένα φορτίο q . Να σχεδιάσετε τα διανύσματα της δύναμης και της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, όταν το φορτίο είναι:

- θετικό, β) αρνητικό.

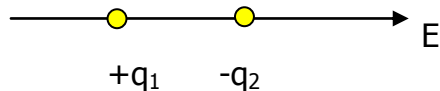
4. Ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι η σωστή:

- η ένταση ενός ηλεκτρικού φορτίου
- η ένταση της πηγής του ηλεκτρικού πεδίου
- η ένταση σε κάποιο σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου
- καμιά από τις παραπάνω

5. Η ένταση σε κάποιο σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου, εξαρτάται:

- από το φορτίο του υποθέματος που φέρουμε στο σημείο αυτό
- από τη δύναμη που ασκείται στο υπόθεμα
- από την πηγή του ηλεκτρικού πεδίου
- τίποτα από τα παραπάνω

6. Το παρακάτω σχήμα δείχνει μια δυναμική γραμμή ενός ηλεκτρικού πεδίου και δύο ελεύθερα φορτία q_1 , q_2 , αρνητικό και θετικό, αντίστοιχα.



α) Προς τα πού θα κινηθεί το καθένα;

β) Να επιβεβαιώσετε ή να απορρίψετε τον εξής ισχυρισμό: «Κατά τη φορά του πεδίου το δυναμικό ελαττώνεται».

γ) Να επιβεβαιώσετε τον ισχυρισμό: «Τα θετικά φορτία, αν αφεθούν στο πεδίο, κινούνται προς μικρότερα δυναμικά, ενώ για τα αρνητικά συμβαίνει το αντίθετο».

7. Ένα ηλεκτρόνιο αρχίζει να κινείται με την επίδραση ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.

Η δύναμη και η ένταση του πεδίου έχουν:

α. ίδια κατεύθυνση

β. διαφορετική κατεύθυνση

8. Σωματίδιο με φορτίο Q μετακινείται μεταξύ δύο σημείων A και B ηλεκτροστατικού πεδίου. Δίνεται ότι $V_A = +20 \text{ V}$ και $V_B = -80 \text{ V}$. Να βρείτε το έργο της δύναμης του πεδίου αν

α. $Q = +2 \mu\text{C}$. β. $Q = -1 \mu\text{C}$. [Απ. (α) $2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$, (β) -10^{-4} J]

9. Μιά σφαιρική σταγόνα υδραργύρου ακτίνας R προέρχεται από την συνένωση $N=27$ σταγονιδίων υδραργύρου ακτίνας $r=2\text{mm}$ το καθένα και δυναμικού $V_1=2\text{V}$. Ποιό το δυναμικό της μεγάλης σταγόνας. (Δύσκολη)

10. Ένα σημειακό ακίνητο φορτίο Q δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο. Ένα σημείο (A) του πεδίου αυτού απέχει από το Q απόσταση $r = 0,05 \text{ m}$. Αν η ένταση του πεδίου στο σημείο (A) είναι $E = 30 \text{ N/C}$, να βρεθούν :

α. το φορτίο Q

β. το δυναμικό του πεδίου στο σημείο (A)

γ. αν στο σημείο (A) φέρουμε ένα άλλο φορτίο $q = 3 \mu\text{C}$, να βρείτε την δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων και την δύναμη που αναπτύσσεται

μεταξύ αυτών των φορτίων. $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ [$25/3 \cdot 10^{-12} \text{ C}$, $1,5 \text{ V}$, $45 \cdot 10^{-7} \text{ J}$, $9 \cdot 10^{-5} \text{ N}$]

11. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) έχει κάθετες τις πλευρές AB και $A\Gamma$ με μήκη $AB = 3\text{m}$ και $A\Gamma = 4\text{m}$. Στις κορυφές B , Γ υπάρχουν τα σημειακά φορτία $Q_B = 10^{-5} \text{ C}$ και $Q_\Gamma = -2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$.

α. Βρείτε το δυναμικό (ολικό) στην κορυφή A του τριγώνου.

β. Ένα σημειακό φορτίο $q = -3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ μεταφέρεται από το άπειρο στο σημείο A .

Βρείτε πόσο έργο απαιτείται για την μετακίνηση αυτή. [$-15 \cdot 10^{-3} \text{ V}$, $45 \cdot 10^{-3} \text{ J}$]

13. Στις κορυφές B και Γ ισόπλευρου τριγώνου $AB\Gamma$, πλευράς $a=0,2\text{m}$, συγκρατούνται ακίνητα τα σημειακά φορτία $Q_B=4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ και $Q_\Gamma=-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της δύναμης που ασκείται από το ένα φορτίο στο άλλο

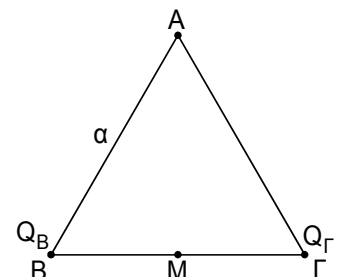
β. το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο μέσο M της πλευράς $B\Gamma$

γ. το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου στην κορυφή A του τριγώνου

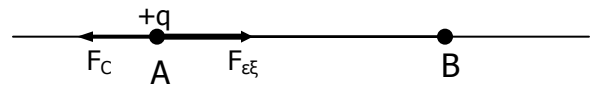
δ. αν φορτίο $q = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ μετακινηθεί από την κορυφή A στο μέσο M

της πλευράς $B\Gamma$, να βρεθεί το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου για τη μετακίνηση αυτή.

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $k=9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$. [$18 \cdot 10^{-1} \text{ N}$, 5410^5 N/C , 910^4 V , 5410^{-2} J]



14. Για την μετακίνηση του φορτίου $q=+5\mu\text{Cb}$ από το A στο B δαπανάται μηχανικό έργο $W=30 \cdot 10^{-6}\text{joule}$, ενώ η κινητική ενέργεια του σωματιδίου αυξάνεται κατά $\Delta K=10 \cdot 10^{-6}\text{Joule}$. Να βρείτε την διαφορά δυναμικού V_B-V_A . [$V_B-V_A=4\text{Volt}$]



15. Το δυναμικό και το μέτρο της έντασης σε σημείο ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργεί θετικό φορτίο q είναι αντίστοιχα $V=1000\text{Volt}$ και $E=100\text{N/Cb}$. Να βρείτε το φορτίο q και την απόσταση r

16. Σώμα μάζας $m=3 \cdot 10^{-6}\text{kg}$ και φορτίου $q=-1\mu\text{Cb}$ αναγκάζεται να κινηθεί σε περιφέρεια οριζώντιου κύκλου στο κέντρο της οποίας βρίσκεται ακλόνητο φορτίο $Q=16\mu\text{Cb}$. Ποια η συχνότητα περιστροφής του; [$f=2,65 \cdot 10^4\text{ Hz}$]

17. Ακλόνητο φορτίο $Q=100\mu\text{C}$ βρίσκεται στη θέση $x=0$ άξονα Ox . Στη θέση $x_1=10\text{cm}$ βρίσκεται σφαιρίδιο μάζας $m=4 \cdot 10^{-4}\text{kg}$ και φορτίου $q=2\mu\text{C}$. Αν αφήσουμε το σφαιρίδιο ελεύθερο να κινηθεί λόγω των απωστικών δυνάμεων να βρείτε την ταχύτητά του :

- Όταν βρεθεί στην θέση $x_2=40\text{cm}$ και
- Όταν φτάσει στο άπειρο

18. Δίνεται ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο με $AB=AG=3\text{m}$. Στα σημεία B και Γ τοποθετούνται τα φορτία $q_1=3\mu\text{C}$ και $q_2=-4\mu\text{C}$.

- Να βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου των δύο φορτίων στο σημείο A.
- Αν το δυναμικό στο σημείο A λόγω του φορτίου q_1 είναι 3V και λόγω του q_2 είναι -4V πόσο θα είναι το συνολικό δυναμικό στο σημείο αυτό;
- Στο σημείο A αφήνεται ελεύθερο σωματίδιο με μάζα $m=1\text{g}$ και φορτίο $q=-1\mu\text{C}$. Πόση δύναμη θα δεχθεί το φορτίο; Πόση δυναμική ενέργεια θα έχει; Με τι επιτάχυνση θα κινηθεί;
- Πόση ενέργεια απαιτείται για να μετακινηθεί το σωματίδιο από το σημείο A στο άπειρο; Το σωματίδιο θεωρείται αβαρές. Δίνεται $k_{\text{ηλ}}=9 \cdot 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

19. Σε οριζόντιο μονωτικό επίπεδο υπάρχει ακλόνητο σημειακό φορτίο $Q=10^{-3}\text{C}$. Φορτίο $q=10^{-6}\text{C}$ και μάζας $m=5 \cdot 10^{-2}\text{Kg}$ συγκρατείται σε ύψος $h=3\text{m}$. α) υπολογίστε το μέτρο της δύναμης Coulomb που δέχεται το q β) προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί το φορτίο q όταν αφεθεί ελεύθερο και γιατί; γ) Υπολογίστε σε πόσο ύψος από το οριζόντιο επίπεδο θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του φορτίου q για πρώτη φορά. Δίνονται : $K_{\text{c}}=9 \cdot 10^9\text{ Nm}^2/\text{C}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$ (Πανελλαδικές 2000)

[Απ : α) 1N , β) προς τα πάνω γ) 6m]

20. Ένα σωματίδιο με φορτίο $q=10^{-16}\text{C}$ και μάζα $m=8 \cdot 10^{-25}\text{kg}$ εκτοξεύεται με $v_0=10^5\text{m/s}$ από μεγάλη απόσταση προς ένα σωματίδιο που έχει φορτίο $Q=2 \cdot 10^{-12}\text{C}$, το οποίο διατηρείται ακλόνητο. Να υπολογίσετε:

- Το έργο της δύναμης που ασκείται στο q , έως ότου αποκτήσει ταχύτητα $v_0/2$.
- την απόσταση x από το σωματίδιο Q στην οποία η ταχύτητα του q γίνεται $v_0/2$.
- Την ελάχιστη απόσταση στην οποία το q θα πλησιάσει το Q .

Δίνεται η σταθερά $K_{\text{c}}=9 \cdot 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

[Απ. α) $W=-310^{-16}\text{J}$, β) $x=6\text{mm}$, γ) $x_{\text{min}}=4,5\text{mm}$]

21. Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 είναι ακλόνητα στερεωμένα επάνω σε οριζόντια δάπεδο από μονωτικό υλικό σε απόσταση $r=3\text{m}$ μεταξύ τους. Τα δύο σφαιρίδια είναι θετικά φορτισμένα με αντίστοιχα ηλεκτρικά φορτία $Q_1=120\mu\text{C}$ και $Q_2=30\mu\text{C}$. Στο μέσο της απόστασης r αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί ένα τρίτο σφαιρίδιο Σ με μάζα $m=1\text{g}$ και φορτίο $q=+0,1\mu\text{C}$. Να υπολογίσετε:

α. Πόσο διάστημα θα διανύσει το σφαιρίδιο Σ χωρίς να αλλάξει φορά κίνησης.

β. Σε πόση απόσταση από το σφαιρίδιο Σ_1 θα αποκτήσει το σφαιρίδιο Σ μέγιστη ταχύτητα.

γ. Τη μέγιστη ταχύτητα του σφαιριδίου Σ .

Δίνεται η σταθερά $K_c=9\cdot 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

[Απ.α) $S=0,9\text{m}$, β) $x=2\text{m}$, γ) $v_{\text{max}}=6\text{m/s}$]