

ΩΡΙΑΙΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

ΕΠΩΝΥΜΟ: ΟΝΟΜΑ: ΗΜΕΡ/ΝΙΑ: 16/11/2011

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Για τα μη μηδενικά διανύσματα \vec{u}, \vec{v} αποδείξτε ότι ισχύει η σχέση $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \text{προβ}_{\vec{v}} \vec{u}$ (M3)

B. Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις : (M 4 x 0,5)

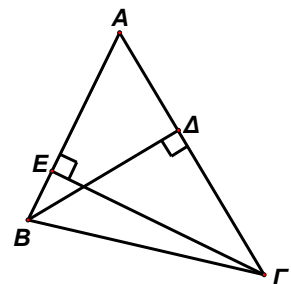
α) Αν $\vec{a} \neq \vec{0}$, τότε το διάνυσμα $\vec{v} = \frac{-1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$ έχει μέτρο 1

β) Ισχύει $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$ ($\vec{a}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$)

γ) Το διάνυσμα $\vec{u} = (2011, 0)$ είναι παράλληλο προς τον άξονα γ'γ

δ) Για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ ισχύει $\vec{a}^2 \cdot \vec{\beta}^2 \geq (\vec{a} \cdot \vec{\beta})^2$.

Γ. Στο διπλανό σχήμα σχεδιάστηκαν τα ύψη ΒΔ, ΓΕ του τριγώνου ΑΒΓ. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι ισχύει η ισότητα $\overrightarrow{ΑΔ} \cdot \overrightarrow{ΑΓ} = \overrightarrow{ΑΕ} \cdot \overrightarrow{ΑΒ}$. Έχει δίκιο; Εξηγείστε. (M2)



ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται τα διανύσματα

$\vec{\alpha} = (k, -k\sqrt{3})$, $\vec{\beta} = \left(\frac{k}{2}, \frac{k\sqrt{3}}{2}\right)$, $k > 0$. Υπολογίστε :

A) τον αριθμό $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ (M2)

B) τις γωνίες $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$, (Ox, \vec{a}) (M4)

Γ) το διάνυσμα $\text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{\alpha}$ (M2)

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ με $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \cdot (\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}) \neq 0$. Αν ισχύει η σχέση $|\vec{\gamma}|(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) + |\vec{\alpha}|(\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}) = 0$, να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \nearrow \swarrow \vec{\gamma}$ (M2)

B. Από τυχαίο σημείο O στο εσωτερικό τριγώνου ΑΒΓ φέρνουμε κάθετες στις πλευρές και έστω Α', Β', Γ' τα ίχνη των καθέτων στις ΒΓ, ΑΓ, ΑΒ αντίστοιχα.

Αποδείξτε ότι $\overrightarrow{ΑΑ'} \cdot \overrightarrow{ΒΓ} + \overrightarrow{ΒΒ'} \cdot \overrightarrow{ΓΑ} + \overrightarrow{ΓΓ'} \cdot \overrightarrow{ΑΒ} = 0$ (M3)

