2ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ **ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2013 - 2014**

<u>ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2014</u>

ΤΑΞΗ : Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΔΕΥΤΕΡΑ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΘΕΜΑ 1ο

Α$_1$. Έστω $0 < \alpha \neq 1$ και θ_1 , θ_2 θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Αποδείξτε ότι ισχύει

$$\log_\alpha(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_\alpha \theta_1 + \log_a \theta_2$$ *(M10)*

Α$_2$. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A, λέμε ότι παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο

$x_0 \in A$; *(M5)*

Α$_3$. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) : *(M10)*

α) Η συνάρτηση $f: [-1 , 2] \to R$ με $f(x) = 3x^2$ είναι άρτια.

β) Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ έχει το πολύ μία ρίζα σε αυτό το διάστημα.

γ) Αν το άθροισμα δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ένα μη μηδενικό πολυώνυμο, τότε ο βαθμός του είναι ίσος ή μικρότερος από το μέγιστο των βαθμών των δύο πολυωνύμων.

δ) Αν $0 < x_1 < x_2$ τότε $\log_{(1/10)} x_1 < \log_{(1/10)} x_2$

ε) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = a^x$ $(0 < a \neq 1)$ και $g(x) = \log_a x$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$.

ΘΕΜΑ 2ο

Θεωρούμε το πολυώνυμο : $P(x)=(\alpha^2 - 1)x^4 + (1/2)\cdot(\alpha+1)x^3 + (\alpha - 1)x^2 - 3\alpha x + \beta$, $\alpha, \beta \in R$

Α. Αν το P(x) είναι πολυώνυμο 3^{ου} βαθμού και το υπόλοιπο της διαίρεσης P(x):(x-1) είναι - 4 να υπολογίσετε τα α και β.

Β. Αν α = 1 και β = - 2 , τότε :

Β1. Να βρεθεί το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 + 1)$

Β2. Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης P(x):(x-1) .

Β3. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) < -4$ *(M 8-5-6-6)*

ΘΕΜΑ 3ο

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$

Α. Αποδείξτε ότι το πεδίο ορισμού της f(x) είναι όλο το R.

Β. Αποδείξτε ότι η f είναι περιττή

Γ. Θεωρούμε τη συνάρτηση $g(x) = \left[e^{f(x)} - x\right]^2 - 4x$. Αποδείξτε ότι $g(x) = (x-2)^2 - 3$ και να βρείτε την ελάχιστη τιμή της g(x) καθώς και για ποια τιμή του x επιτυγχάνεται η ελάχιστη αυτή τιμή.

Δ. Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση g(x).

(Μ 6-7-7-5)

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Να λυθεί η ανίσωση $\left(\frac{2014}{2015}\right)^{x-3} > \left(\frac{2014}{2015}\right)^{9-2x}$

Β. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 7^x + x$, $x \in R$

Β1. Αποδείξτε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο R

Β2. Επιλύστε την ανίσωση $7^{x^2-17x} + x^2 - 17x < 7^{90-16x} + 90 - 16x$

(Μ 7-8-10)

Καλή Επιτυχία