

2^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ –ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤ/ΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΑΡΔΙΤΣΑ 11-6-2014

1ο ΘΕΜΑ

A. Να δώσετε τον ορισμό της έλλειψης.

M 5

B. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ

$$\text{είναι η } (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = \rho^2$$

M 10

Γ. Χαρακτηρίστε με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

α. Η εξίσωση $Ax+By+\Gamma=0$ με $B \neq 0$ παριστάνει ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = \frac{A}{B}$

β. Τα σημεία $M(x,y)$ για τα οποία ισχύει $(ME) = \frac{|ax + \beta y + \gamma|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$ ανήκουν σε παραβολή με εστία το

σημείο E και διευθετούσα την ευθεία $\delta: \alpha x + \beta y + \gamma = 0$.

γ. Αν η εκκεντρότητα μιας έλλειψης γίνει 0 τότε η έλλειψη γίνεται κύκλος.

δ. Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $C: y^2 = 2px$ στο σημείο της $A(x_1, y_1)$ είναι: $yy_1 = 2p(x+x_1)$

ε. Η ευθεία $\epsilon: Ax+By+\Gamma=0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ και $\Gamma=0$ διέρχεται πάντα από την αρχή των αξόνων.

M 2-2-2-2-2

2ο ΘΕΜΑ

Δίνονται τα σημεία $A(-1,0)$, $B(3,2)$, $\Gamma(2,-1)$.

A. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ που διέρχεται από τα σημεία B και Γ.

B. Να βρείτε το πλησιέστερο με το A, σημείο της ευθείας ϵ .

Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

M 7-10-8

3ο ΘΕΜΑ

Έστω η εξίσωση $(C): x^2 + y^2 - 2mx - my + m^2 = 0$, $m \in \mathbb{R}^*$

A) Αποδείξτε ότι η (C) παριστάνει άπειρους κύκλους των οποίων να βρείτε τα κέντρα και την ακτίνα.

B) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία ανήκουν τα άπειρα κέντρα.

Γ) Αποδείξτε ότι οι παραπάνω άπειροι κύκλοι έχουν δύο κοινές εφαπτομένες: τον έναν από τους άξονες x' , y' καθώς και μια άλλη ευθεία (ζ) η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

M 7-8-10

4ο ΘΕΜΑ

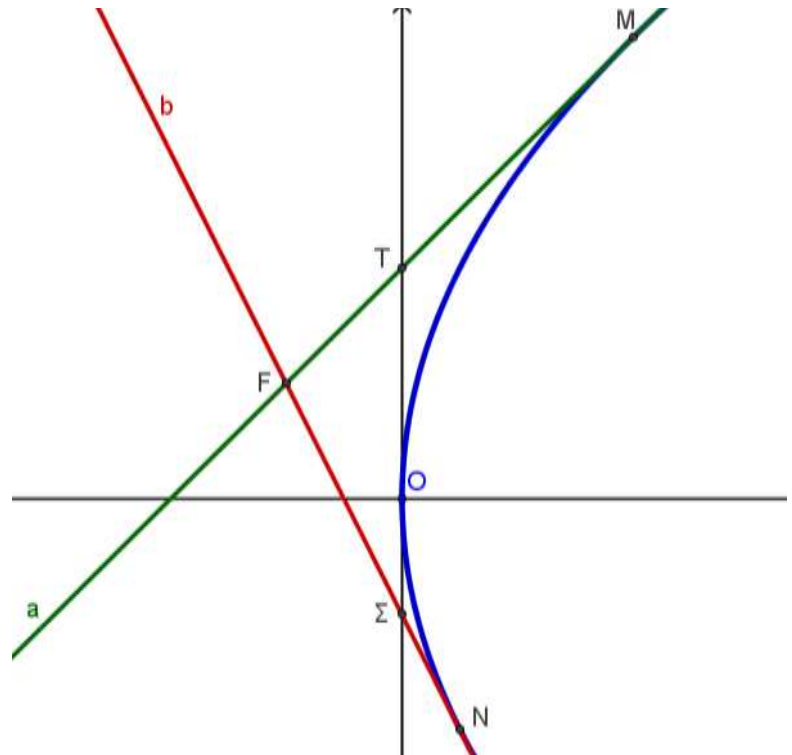
Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy θεωρούμε τον σταθερό κύκλο (C) κέντρου $\Pi(2k, 0)$ και ακτίνας $k > 0$, καθώς και την σταθερή ευθεία (ζ) με εξίσωση $x = -k$

A) Αποδείξτε ότι τα κέντρα των άπειρων κύκλων που εφάπτονται της ευθείας (ζ) και του κύκλου (C) ανήκουν σε μια παραβολή (C_1) , της οποίας να βρεθούν η εστία E και η διευθετούσα (δ) . Αποδείξτε ότι η εξίσωση της (C_1) είναι η $y^2 = 8kx$.

B) Θεωρούμε την εφαπτομένη (a) της παραβολής (C_1) στο σημείο της $M(2k, 4k)$. Από το M φέρνουμε ημιευθεία $Mt \parallel Ox$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ) η οποία είναι διχοτόμος της γωνίας

EMt .

Γ) Θεωρούμε τώρα και τις εφαπτομένες της της (C_1) στα σημεία της $N(k/2, -2k)$ και $O(0,0)$, οι οποίες και ορίζουν το τρίγωνο ΣTF . Αποδείξτε ότι το ορθόκεντρο του τριγώνου αυτού ανήκει στην διευθετούσα της παραβολής (C_1) .



M 7-8-10

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.

Καλή επιτυχία.