

Επώνυμο: Όνομα: **A₁****Θέμα 1ο**Α. Τι εκφράζει γεωμετρικά το σύμβολο $|x - y|$; (M5)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος (M10)

α) Ισχύει $-|x| \leq x$ για κάθε πραγματικό αριθμό x β) Ισχύει $|x| + |y| \geq |x + y|$ για οποιουσδήποτε πραγματικούς x, y .γ) Ισχύει $|-x - 1| < 0$ όπου x πραγματικόςδ) Αν $k < 0$ τότε $|k|^{2013} > -k^{2013}$ ε) Ισχύει $2^{-1} + 2^{-1} = 1$ Γ. Αποδείξτε ότι για τυχαίους πραγματικούς αριθμούς a, b ισχύει $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ (M10)

Δ. Συμπληρώστε κατάλληλα: (M6)

α) $x(x + 2) + 1 = (\dots\dots\dots)^2$ β) Αν $0 < x < y$ τότε $\frac{1}{x} \dots\dots \frac{1}{y}$ γ) Για κάθε $x \neq 2$ ισχύει $\frac{|x-2|}{|2-x|} = \dots\dots$ **Θέμα 2ο**Α) Αποδείξτε την ταυτότητα $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = a \cdot b$ (M8)

Β) Με την βοήθεια της παραπάνω ταυτότητας, να γράψετε τον αριθμό 2012 ως διαφορά δύο τέλειων τετραγώνων ακεραίων. (M8)

Γ) Να συγκριθούν οι αριθμοί $k = 3\sqrt{3} \cdot 2^v$, $f = 2^{v+2} + 2^v$ όπου v φυσικός αριθμός ($v \geq 1$) (M8)**Θέμα 3ο**Α) Αν $x \in (-\infty, -3) \cup (7, +\infty)$, αποδείξτε ότι οι αριθμοί x ικανοποιούν την σχέση $d(x, a) \geq b$ (όπου a, b κάποιοι συγκεκριμένοι ακέραιοι) (M11)Β) Αν είναι $0 < m < 1$, να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς $m^2, 1, m^3, \frac{1}{m}$ (M10)**Θέμα 4ο**Α) Υπολογίστε $S = (2 + \sqrt{3})^2$, $M = \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ (M10)Β) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{6}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή. (M7)Γ) Αν a, b, x είναι ρητοί αριθμοί, ώστε $a\sqrt{2} + b = x\sqrt{2}$, αποδείξτε (με εις άτοπο απαγωγή) ότι $x = a$ (M7)