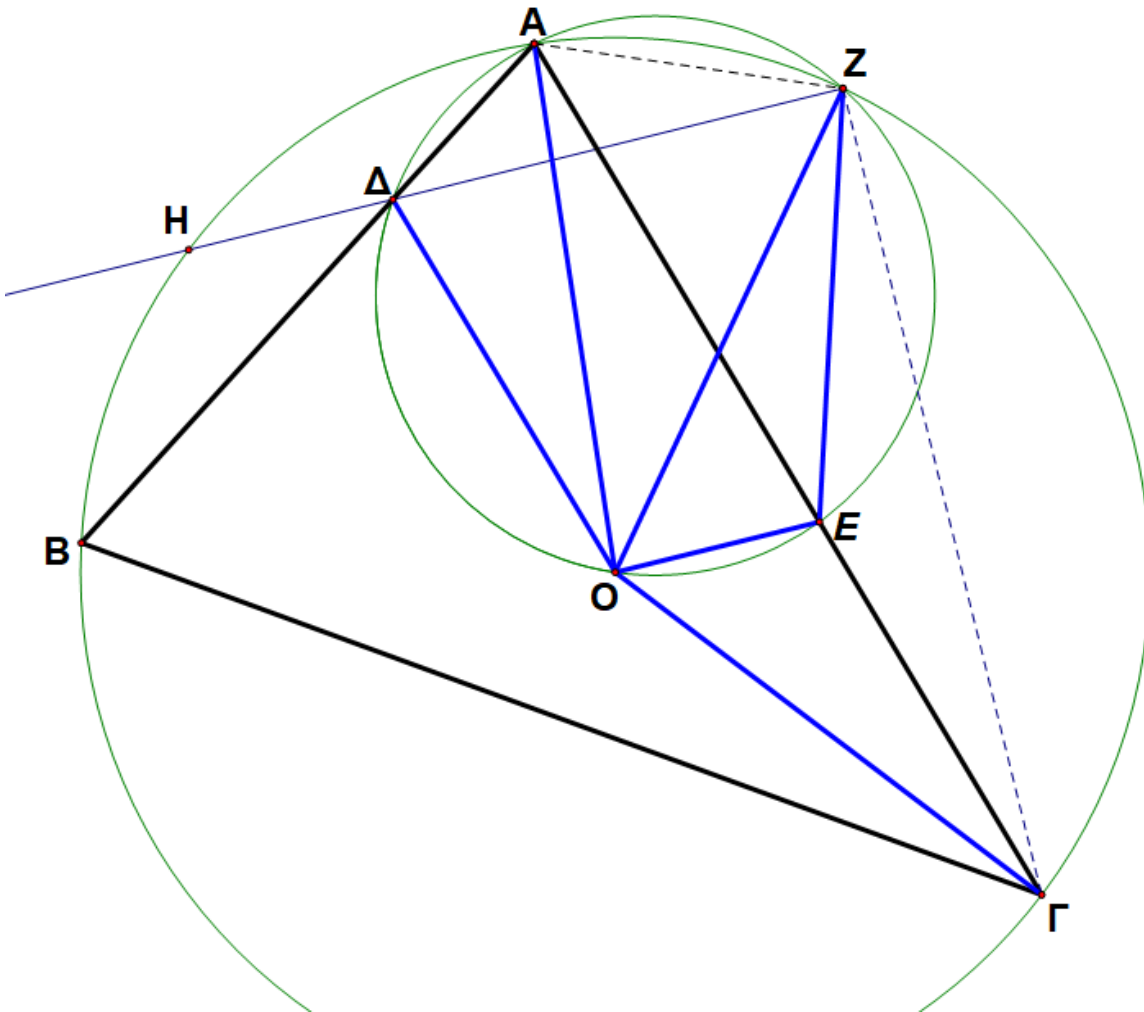


**Πρόβλημα 4**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  (με  $AB < A\Gamma < B\Gamma$ ) εγγεγραμμένο σε κύκλο  $c(O, R)$ . Η παράλληλη από το  $O$  προς την  $A\Gamma$  τέμνει την  $AB$  στο σημείο  $\Delta$ . Ο περιγεγραμμένος κύκλος, έστω  $(c_1)$ , του τριγώνου  $A\Delta O$  τέμνει την  $A\Gamma$  στο σημείο  $E$  και το κύκλο  $c(O, R)$  στο σημείο  $Z$ . Έστω ότι η  $\Delta Z$  τέμνει τον κύκλο  $c(O, R)$  στο  $H$ . Να αποδείξετε ότι:

- (α) Τα τρίγωνα  $O\Delta\Delta$  και  $O\Gamma E$  είναι ίσα.
- (β) Τα τρίγωνα  $OZE$  και  $O\Gamma E$  είναι ίσα.
- (γ) Τα σημεία  $\Gamma, O, H$  είναι συνευθειακά.

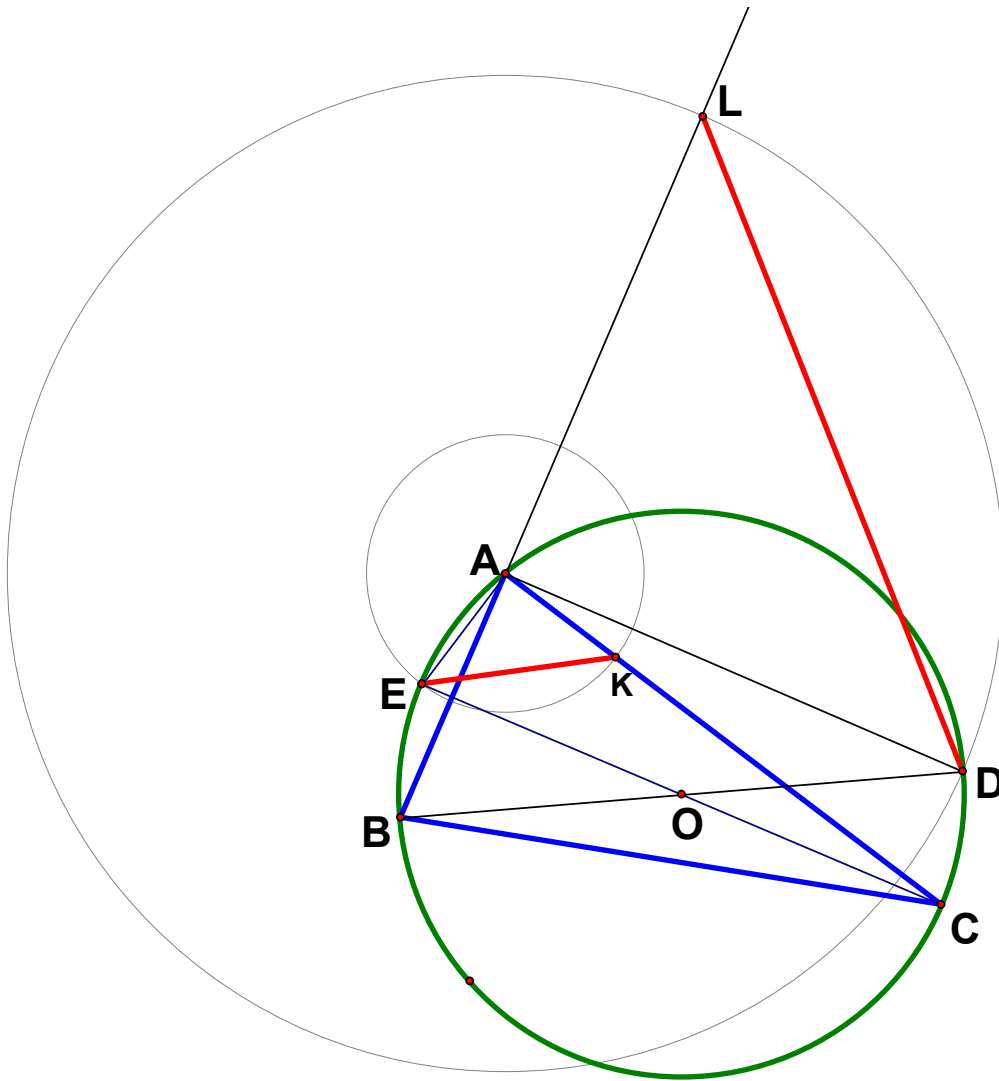
2018



### Πρόβλημα 3

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο  $ABC$  (με  $AB < AC < BC$ ) εγγεγραμμένο σε κύκλο  $(c)$  (με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $R$ ) και έστω  $D, E$  τα αντιδιαμετρικά σημεία των  $B, C$ , αντίστοιχα (ως προς τον κύκλο  $(c)$ ). Ο κύκλος  $(c_1)$  (με κέντρο  $A$  και ακτίνα  $AE$ ), τέμνει την  $AC$  στο σημείο  $K$ . Ο κύκλος  $(c_2)$  (με κέντρο  $A$  και ακτίνα  $AD$ ), τέμνει την προέκταση της  $AB$  (προς το μέρος του  $A$ ) στο σημείο  $L$ . Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $EK$  και  $DL$  τέμνονται επάνω στο κύκλο  $(c)$ .

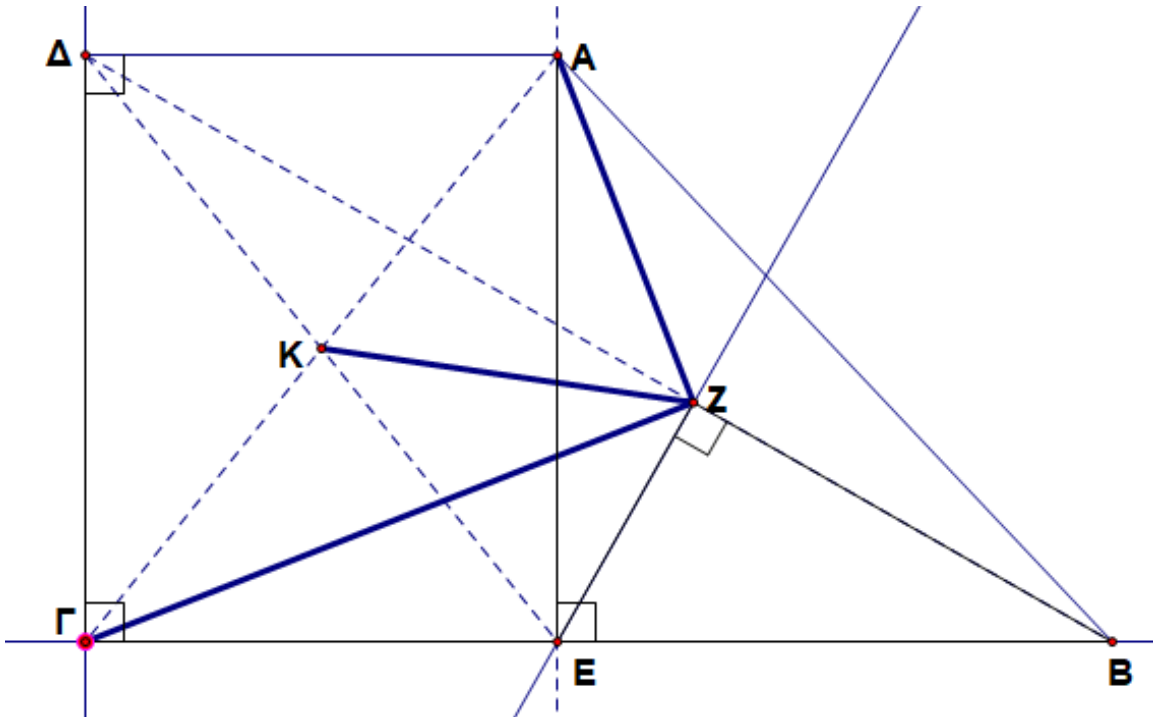
2014



2. Δίνεται τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  με  $A\Delta \parallel B\Gamma$  και  $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ . Φέρουμε από το  $A$  κάθετη προς τη  $B\Gamma$  που την τέμνει στο σημείο  $E$  και από το  $E$  κάθετη προς την διαγώνιο  $B\Delta$  που την τέμνει στο σημείο  $Z$ . Να προσδιορίσετε το μέτρο της γωνίας  $A\hat{Z}\Gamma$ .

Μονάδες 5

2008



[Υπόδειξη:  $KZ = \frac{\Delta E}{2}$  (γιατί);  $\Delta E = A\Gamma$  (γιατί);  $A\hat{Z}\Gamma = 90^\circ$  (γιατί);]